



Edisi 1 Maret 2026

# TEORI BILANGAN TAK-TERHINGGA

## Laporan Riset Maya Dr. Jan Hoesada

### PENDAHULUAN

Kosakata *infinity* teralih-bahasa oleh KBBI sebagai ketakterhinggaan atau ketakterbatasan. Secara umum, kosa-kata ini merujuk pada konsep tentang sesuatu yang tidak memiliki batas, tidak berujung, atau tidak terbatas dalam kuantitas, ruang, atau waktu.

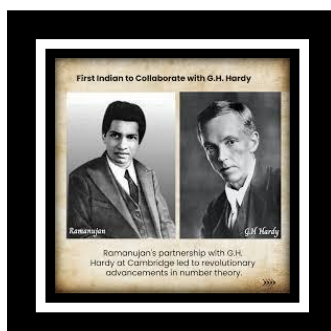
Arti dan terjemahan

- Tak terhingga: Secara harfiah berarti sesuatu yang tidak berakhir atau tidak ada batas akhirnya.
- Tak terbatas: Merujuk pada sesuatu yang tidak memiliki batasan, bisa dalam jumlah atau skala.
- Ketakterhinggaan: Adalah konsep gagasan tentang sesuatu yang tanpa akhir atau tanpa batasan.
- Ketakterbatasan: Sama seperti tak terbatas, merujuk pada ketiadaan batas.

Contoh dalam konteks

Dalam matematika, *infinity* adalah konsep tentang kuantitas yang tidak terbatas, dengan notasi  $\infty$ .

- Dalam bisnis, bisa digunakan untuk menggambarkan potensi yang sangat besar dan tidak terhingga, seperti perekonomian yang tidak ada batasnya.



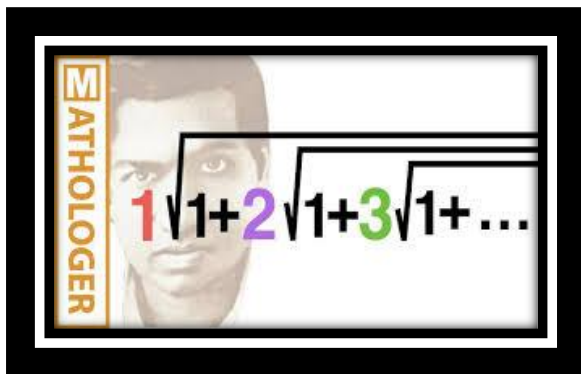
### SRINIVASAN RAMANUJAN

Menurut AI dan sebuah film berjudul “The Man Who Invented Infinity” yang ditonton penulis makalah ini berkali-kali, S. Ramanujan adalah genius ber-intuisi matematika nir-pelajaran formal, lahir, dewasa dan menikah di India, bekerja pada pemerintahan kolonial Inggris. Atasannya mengenali berkah Illahi atas Ramanujan tersebut, kemudian membantu me-referensi dan

memperkenalkan Ramanujan kepada seorang Professor Cambridge cq G.H.Hardy yang juga menemukan kecerdasan-matematis tersebut dari surat Ramanujan ke Universitas Cambridge. Hardy kemudian mengundang Ramanujan ke Cambridge untuk riset-bersama Hardy & Littleton, yang menghantar Ramanujan meraih status-pengakuan kepakarannya dengan menerima anugerah *Certificate of Candidature for Election to the Royal Society of London*, pada tanggal 18 Desember 1917.

Ramanujan berfikir secara matematis secara intuitif saja, tanpa kebutuhan untuk membuktikannya. Hardy berupaya keras menggali pembuktian atas kebenaran intuitif tersebut dari benak Ramanujan melalui pemaksaan dan mengatasi pemberontakan Ramanujan. Hardy menyatakan bahwa dunia ilmu pasti adalah sebuah dunia pembuktian matematis.

Menurut AI, Ramanujan pernah menjadi mahasiswa Government Arts College,



Pachaiyappa's College dan Trinity College, Cambridge. Obsesi intuitif terhadap matematika memabukkan Ramanujan, dituangkan pada media kertas sampai tulisan di atas permukaan tanah. Di luar jam-kerja kantor, ia tenggelam, sibuk dan lebur dalam dunia-matematika, sehingga Ibu atau Istri terbiasa menyuapi, karena ia lupa-diri.

Ini adalah ringkasan AI yang lain.

Menurut Ramanujan, konsep ketakterhinggaan tidak hanya merupakan gagasan matematis, tetapi juga memiliki makna spiritual atau Illahi. Dia melihatnya sebagai kekuatan Illahi yang menggerakkan penciptaan, dan persamaan matematika baginya harus mengekspresikan pemikiran Tuhan.

Beberapa aspek utama pandangan Ramanujan tentang ketakterhinggaan adalah sebagai berikut:

- Asal mula intuisi yang Ilahiah. Ramanujan sering mengaitkan penemuan matematisnya dengan Dewi Namagiri, yang menurutnya datang dalam mimpinya. Ini menunjukkan bahwa baginya, wawasannya tentang ketakterhinggaan berasal dari sumber spiritual, bukan semata-mata dari pemikiran rasional.
- Ketakterhinggaan dan realitas absolut. Hubungan bilangan nol dan ketakterhinggaan sbb :
  - a. Bilangan nol mewakili realitas absolut
  - b. Bilangan takterhingga mewakili beragam manifestasi dari realitas tersebut.
  - c. Hasil kali nol dan ketakterhinggaan tidak menghasilkan satu angka, melainkan semua angka, yang masing-masing sesuai dengan tindakan penciptaan.
- Pendekatan intuitif terhadap deret tak terhingga.
  - Salah satu hasil Ramanujan yang paling terkenal dan kontroversial adalah penjumlahan deret tak hingga dari semua bilangan asli (  $1+2+3+\dots$  plus 2 plus 3 plus point point point  $1+2+3+\dots$ ) yang secara intuitif divergen ke tak terhingga.
  - Namun, dengan metode penjumlahannya, dia menilainya sebagai  $-1/12$  negative 1 / 12  $-1/12$ .

- Meskipun hal ini bertentangan dengan intuisi, hasilnya ternyata relevan dalam bidang matematika dan fisika teoretis yang lebih maju, seperti teori dawai.
  - Ketakterhinggaan adalah cakrawala pengetahuan yang tak terbatas, Ramanujan terpesona olehnya.
  - Baginya, ketakterhinggaan adalah semacam taman bermain yang dipenuhi dengan angka dan kemungkinan, sebuah cakrawala pengetahuan tanpa akhir.
  - Dia merasa bahwa pikiran manusia tidak akan pernah bisa sepenuhnya memahaminya, dan ketakterhinggaan adalah sesuatu yang hanya bisa dipahami oleh kekuatan ilahi.
- Ramanujan juga menciptakan fungsi *mock-theta*, yang digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika yang melibatkan angka-angka yang sangat besar. Fungsi-fungsi ini memungkinkannya "melewati" bukit yang sangat curam dari angka-angka yang meledak/membesar hingga tak terbatas.

Sumber AI yang lain menyatakan bahwa Konsep infinity (tak terhingga) tidak mencakupi konsep ketiadaan dalam arti yang sama, tetapi ia memiliki hubungan yang kompleks dengan bilangan negatif nirbatas dalam konteks matematika tertentu.

Konsep Ketidadaan (Nol) vs. Tak Terhingga sbb.

Dalam matematika, ketidadaan sering dilambangkan dengan nol (0). Nol dan tak terhingga secara konseptual dianggap berlawanan.

- Nol adalah representasi dari "tidak ada" atau ketidadaan kuantitas, sebuah titik awal pada garis bilangan.
- Tak terhingga adalah konsep sesuatu yang tidak memiliki batas, lebih besar dari bilangan apapun, atau representasi dari sesuatu yang tak terbatas. Meskipun dalam beberapa interpretasi filosofis atau puitis, "segalanya" (tak terbatas) mungkin dianggap mencakup "ketidadaan", dalam kerangka matematika yang ketat, keduanya adalah konsep yang berbeda dan tidak saling mencakupi.

Konsep Bilangan Negatif Nirbatas sbb.

Konsep bilangan negatif nirbatas (minus tak terhingga,  $-\infty$  negative infinity atau  $-\infty$ ) adalah bagian integral dari gagasan tak terhingga secara keseluruhan dalam beberapa sistem matematika:

- Dalam Analisis Real: Pada garis bilangan riil yang diperluas, terdapat dua "arah" ketidakterbatasan: positif tak terhingga ( $+\infty$  positive infinity atau  $+\infty$ ) dan negatif tak terhingga ( $-\infty$  negative infinity atau  $-\infty$ ), keduanya mewakili arah yang berlawanan dan tidak sama satu sama lain.
- Dalam Geometri Proyektif/Bilangan Riil yang Diperluas secara Proyektif: Dalam sistem ini, kadang-kadang  $+\infty$  positive infinity atau  $+\infty$  dan  $-\infty$  negative infinity atau  $-\infty$ , dianggap sebagai satu titik tak terhingga yang sama, karena garis bilangan "melengkung" dan bertemu di titik tersebut.
- Sebagai Limit: Dalam kalkulus,  $-\infty$  negative infinity atau  $-\infty$  digunakan untuk mendeskripsikan perilaku fungsi atau deret yang nilainya mengecil tanpa batas. Secara ringkas:

- Ketidadaan bukan bagian dari konsep tak terhingga, melainkan kebalikannya dalam konteks kuantitas matematis.
- Bilangan negatif nirbatas adalah bagian penting dari konsep tak terhingga secara umum dalam matematika modern, merepresentasikan ketidakterbatasan dalam arah negatif.

Thang Pang Ern , dari Departemen Matematika, Universitas Nasional Singapura, 10 Lower Kent Ridge Road, Singapura 119076 [thangpangern@u.nus.edu](mailto:thangpangern@u.nus.edu) , dan Devandhira Wijaya Wangsa Departemen Matematika, Universitas Sains dan Teknologi Hong Kong, Clearwater Bay, Kowloon, Hong Kong [dwwangsa@connect.ust.hk](mailto:dwwangsa@connect.ust.hk) , menyajikan artikel berjudul *Sebuah Bukti Karya Klasik Ramanujan untuk notasi  $\pi$*  .

Tang dkk. meng-ulas berbagai karya Ramanujan sbb .

Pada tahun 1914, Ramanujan menyajikan koleksi 17 formula yang elegan dan cepat konvergen untuk  $\pi$  Di antara semua itu, salah satu yang paling terkenal adalah seri berikut:

$$(1) \frac{1}{\pi} = \frac{2}{9801} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{N!}{26390N + 1103} \frac{4 \cdot (4N)!}{396 \cdot 4^N}.$$

Dalam makalah ini, kami memberikan pembuktian rumus klasik ini menggunakan deret hipergeometrik dan jenis penjumlahan kisi khusus dari Zucker dan Robertson. Selanjutnya, kami juga akan menggunakan beberapa hasil dari Dirichlet dalam Teori Bilangan Aljabar.

## 1. Pendahuluan

Pada tahun 1914, Ramanujan memberikan daftar 17 formula untuk  $\pi$  [2] tanpa bukti. Pada tahun 1987, saudara Borwein memberikan bukti semua karya Ramanujan  $\pi$  rumus ( [1] Dan [3] ), termasuk yang menarik dalam makalah ini sebagaimana disebutkan dalam (1). Namun, perhitungan Ramanujan  $G$  -invarian  $G$  58 secara jelas tidak ada.  $G$  -invarian memainkan peran penting dalam mendapatkan rumus tipe Ramanujan untuk  $\pi$  (generalisasi ini dikenal sebagai deret Ramanujan-Sato), sehingga perhitungannya menjadi sangat penting.

Secara umum, deret Ramanujan-Sato berbentuk

$$(2) \frac{1}{\pi} = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{S_N \cdot A_N + B_N}{C_N},$$

Di mana  $S_N$  adalah urutan bilangan bulat yang memenuhi relasi rekursif, dan  $A$  ,  $B$  ,  $C$  adalah bentuk modular.

## 2. Integral Eliptik dan Fungsi Theta

### Definisi 1 (integral eliptik lengkap jenis pertama dan kedua).

Membiarkan  $k \in [0, 1]$  menunjukkan modulus eliptik, yang merupakan besaran yang digunakan dalam studi fungsi eliptik dan integral eliptik. Kemudian, mari kita  $k' = 1 - k^2$  menjadi modulus komplementer. Tentukan integral eliptik lengkap jenis pertama dan kedua,  $K(k)$  Dan  $E(k)$  masing-masing, menjadi

$$(3) K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} d\theta$$

$$(4) E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta$$

### Teorema 2.

Turunan dari K Dan E pada (3) dan (4) memenuhi persamaan

$$(5) \quad D K D k = E - (k')^2 K k (k')^2$$

$$(6) \quad D E D k = E - K k$$

Bukti. Kita hanya akan membuktikan (5), yang mudah diikuti oleh aturan Leibniz tentang diferensiasi di bawah tanda integral. Mengingat bahwa

$$(7) \quad K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}} d\theta \quad \text{Kemudian } K'(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{\partial}{\partial k} \left( \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}} \right) d\theta,$$

seseorang dapat menyimpulkan (5). (6) dibuktikan dengan cara yang sama.  $\square$

### **Teorema 3.**

Integral komplementer didefinisikan sebagai berikut:

$$(8) \quad K'(k) = K(k') \quad \text{Dan } E'(k) = E(k')$$

### **Teorema 4 (Hubungan Legendre) .**

Kami memiliki hubungan antara K, K', E, E' Yaitu,

$$(9) \quad K(k) E'(k) + E(k) K'(k) - K(k) K'(k) = \pi/2.$$

Bukti. Pertama, tunjukkan bahwa turunan dari ruas kiri persamaan (9) adalah nol, yang berarti ada  $C \in \mathbb{R}$  seperti yang

$$(10) \quad K(k) E'(k) + E(k) K'(k) - K(k) K'(k) = C.$$

Karena (10) berlaku untuk semua  $k \in [0, 1]$ , dengan mempertimbangkan  $K(0) = E(0) = \pi/2$ , Kemudian  $C = \pi/2$ .  $\square$

### **Definisi 5 (fungsi theta Jacobi satu variabel).**

Tentukan fungsi theta Jacobi dari satu variabel menjadi

$$(11) \quad \theta_2(Q) = \sum_{N \in \mathbb{Z}} q^{(N+1/2)^2}$$

$$(12) \quad \theta_3(Q) = \sum_{N \in \mathbb{Z}} q^{N^2}$$

$$(13) \quad \theta_4(Q) = \sum_{N \in \mathbb{Z}} (-1)^N q^{N^2} = \theta_3(-Q)$$

Di mana Q, disebut nome dari fungsi theta terkait. Kita dapat mendefinisikan nome tersebut dalam bentuk modulus eliptik. k sebagai berikut:

$$(14) \quad Q = \exp\left[-\pi \cdot K'(k)/K(k)\right]$$

Penting untuk melihat k sebagai fungsi dari Q. Oleh karena itu, kita memiliki teorema berikut:

### **Teorema 6.**

Berikut adalah tiga persamaan yang menghubungkan modulus elips k ke nome Q.

$$(15) \quad k = \frac{\theta_2^2(Q)}{\theta_3^2(Q)}$$

$$(16) \quad k' = \frac{\theta_4^2(Q)}{\theta_3^2(Q)}$$

$$(17) \quad K(k) = \pi/2 \cdot \theta_3^2(Q)$$

Sekarang kita lanjutkan untuk membahas Ramanujan G-invariant (Definisi 7), yang kami nyatakan dengan  $G_N$ , atau cukup  $G$  Meskipun merupakan konsep yang sangat erat

kaitannya,  $G$  -invarian, juga ada dan memiliki kesamaan dengan  $G$  -invarian, fokus kita di sini akan tetap secara eksklusif pada yang terakhir.

### Definisi 7 (Ramanujan $G$ -invarian) .

Jelaskan Ramanujan  $G$  -invarian menjadi

$$(18) \quad G = ((k')^2 k)^{1/2}.$$

Faktanya, Ramanujan memberikan formula berikut untuk  $G_N$  sebagai produk tak terhingga:

$$(19) \quad \prod_{k=1,3,5,\dots} (1 - e^{-k\pi/N}) = 2^{1/4} e^{-\pi N/24} G_N$$

Hal ini akan sangat berguna dalam evaluasi kami untuk nilai tertentu  $N = 58$ . Sebenarnya tidak mengherankan bahwa  $G_N$  dapat direpresentasikan oleh produk tak terhingga dalam (19) sebagai modulus eliptik  $k$  dapat diungkapkan dalam bentuk  $G$ , yaitu

$$(20) \quad k = G^6 / (G^{12} + G^{-12}) - G^{12}.$$

### Definisi 8 (fungsi nilai singular )

Mendefinisikan  $\lambda^*$

$$(21) \quad \lambda^*(R) = k(\exp(i\pi R)) \text{ Di mana } R > 0$$

menjadi fungsi nilai singular jenis pertama. Juga, fungsi nilai singular jenis kedua, sebuah, diberikan oleh rumus berikut:

$$(22) \quad \text{sebuah}(R) = E'(k)K(k) - \pi^4 [K(k)]^2 \text{ Di mana } R > 0$$

### Teorema 9.

$$(23) \quad \text{batas } R \rightarrow \infty \text{ sebuah}(R) = 1/\pi$$

Bukti. Sejak batas  $R \rightarrow \infty \lambda^*(R) = 0$ , Kemudian

$$(24) \quad 0 < \text{sebuah}(R) - 1/\pi \leq R [\lambda^*(R)]^2 \leq 16 R e^{\pi R}.$$

dan hasilnya mengikuti teorema pemerasan.  $\square$

Di sini, kami menyajikan formula yang berbeda untuk sebuah  $(R)$  hanya dalam hal dua integral eliptik lengkap.

### Teorema 10.

$$(25) \quad \text{sebuah}(R) = \pi^4 [K(k)]^2 - R [E(k)K(k) - 1]$$

Bukti. Kita punya

$$(26) \quad \begin{aligned} \text{sebuah}(R) &= E'(k)K(k) - \pi^4 [K(k)]^2 = 4 E'(k)K(k) - \pi^4 [K(k)]^2 \\ &= 4 K(k)K'(k) - 4 E(k)K'(k) - \pi^4 [K(k)]^2 \end{aligned}$$

dimana persamaan terakhir mengikuti dari relasi Legendre (Teorema 4). Dari (21), dapat disimpulkan bahwa

$$(27) \quad K'(\lambda^*(R))K(\lambda^*(R)) = R.$$

Hasilnya diperoleh dengan memasukkan (27) ke (26).  $\square$

Kami akan menunjukkan bahwa sebuah memiliki hubungan langsung dengan  $1/\pi$  dalam teorema berikut:

### Teorema 11.

$$(28) \quad {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; k^2\right) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\theta}{1 - k^2 \sin^2 \theta} \quad \text{Di mana } k = \lambda^*(R)$$

Ini adalah hasil yang diketahui bahwa untuk  $R \in \mathbb{Q}^+$ , sebuah  $(R) \in \mathbb{A}$ . Di Sini,  $\mathbb{A}$  menunjukkan himpunan bilangan aljabar.

### Definisi 12 (deret hipergeometrik)

Fungsi hipergeometrik Gaussian  ${}_2F_1$  diberikan oleh

$$(29) \quad {}_2F_1(A, B; C; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(A)_n (B)_n}{(C)_n} \frac{z^n}{n!} \quad \text{Di mana } A, B, C \in \mathbb{C}.$$

Kami juga mendefinisikan  ${}_3F_2$  menjadi

$$(30) \quad {}_3F_2(A, B, C; D, E; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(A)_n (B)_n (C)_n}{(D)_n (E)_n} \frac{z^n}{n!} \quad \text{Di mana } A, B, C, D, E \in \mathbb{C}.$$

### Proposisi 13.

Untuk  $k \in [0, 1]$ , kita memiliki yang berikut ini:

$$(31) \quad {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; k^2\right) = {}_2F_1\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}; 1; (2k^2)^2\right)$$

$$(32) \quad [{}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; k^2\right)]^2 = {}_3F_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, 1; (2k^2)^2\right)$$

Bukti. Untuk (31), ingat identitas Kummer, yang menyatakan

$$(33) \quad {}_2F_1(2A, 2B; A+B+1; z) = {}_2F_1(A, B; A+B+1; 4z(1-z)).$$

Mengatur  $z = k^2$ , Jadi  $1 - z = 1 - k^2 = (k')^2$ . Juga, atur  $A = B = 1/4$ , jadi kita mendapatkan yang berikut (kita akan bekerja dengan  $Q$ -Simbol Pochhammer di sini meskipun akan didefinisikan secara formal dalam Definisi 15):

$$(34) \quad {}_2F_1\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}; 1; (2k^2)^2\right) = {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; k^2\right)$$

$$(35) \quad = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1/2)_n (1/2)_n}{(1)_n} \frac{k^{2n}}{n!}$$

$$(36) \quad = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{((2n)!)^2}{16^n (n!)^4} k^{2n}$$

Dengan mempertimbangkan perluasan seri  $K$  dalam (7), kita dapat menyimpulkan bahwa (31) berlaku.

Bukti (32) melibatkan identitas berikut oleh Clausen:

$$(37) \quad ({}_2F_1(A, B; A+B+1; z))^2 = {}_3F_2(2A, A+B, 2B; A+B+1, 2A+2B; z)$$

Sekali lagi, kami mengatur  $z = (2k^2)^2$ ,  $A = B = 1/4$ , yang menghasilkan hasil.  $\square$

### Akibat wajar 14.

Untuk  $k \in [0, 1]$ , kita memiliki yang berikut ini:

$$(38) \quad [{}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; k^2\right)]^2 = 1 - k^2 \cdot {}_3F_2\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}; 1, 1; (2G^2 + G - 12)^2\right)$$

Kami telah menyediakan seri untuk  $[{}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; k^2\right)]^2$  dalam hal Ramanujan  $G$ -invarian. Kita melihat bahwa rumus yang diperoleh pada Corollary 14 berbentuk

$$(39) \quad [{}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; k^2\right)]^2 = M(k) F(\varphi(k)) = M F,$$

Di mana  $M, \varphi \in \mathbb{A}$  Dan  $F(\varphi)$  adalah deret hipergeometrik dan perluasan bentuknya

$$(40) \quad F(\varphi(k)) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \varphi^n \quad \text{Di mana } A_n \in \mathbb{C} \text{ untuk semua } n \in \mathbb{N}.$$

Dengan membedakan kedua sisi (39), kita memperoleh

$$(41) \quad (2\pi)^2 K D K D k = 12 (D M D k F + M D \phi D k D F D \phi).$$

Perhatikan bahwa

$$(42) \quad D F D \phi = \sum_{N=1}^{\infty} N A N \phi N - 1 = \sum_{N=0}^{\infty} (N+1) A N + 1 \phi N = 1 \phi \sum_{N=0}^{\infty} N A N + 1 \phi N + 1$$

Substitusi ke (28) menghasilkan

$$(43) \quad \frac{1}{\pi} R k (k')^2 [12 (D M D k F + M D \phi D k D F D \phi)] + [\text{sebuah } (R) - R k^2] M F$$

$$(44) \quad = R k (k')^2 F^2 D M D k + \text{sebuah } (R) M F - R k^2 M F + R k (k')^2 M^2 D \phi D k D F D \phi$$

$$(45) \quad = \sum_{N=0}^{\infty} A N \{12 R k (k')^2 D M D k + [\text{sebuah } (R) - R k^2] M + M N^2 \phi R k (k')^2 D \phi D k\} \phi N$$

Kita melihat bahwa istilah yang dijepit dalam perluasan  $1/\pi$  pada (45) berbentuk  $A + N B$ , Dimana  $A, B \in \mathbb{A}$  Dengan pengaturan

$$(46) \quad X N = 2 G N^{12} + G N - 12 = 4 k N (k N')^2 (1 + k N^2)^2,$$

kami menyimpulkan seri berikut dalam  $X N$  (juga muncul di [1]):

$$(47) \quad \frac{1}{\pi} = \sum_{N=0}^{\infty} (14) N (12) N (34) N (N!)^3 [\text{sebuah } (N) X N (1 + k N^2) - N^4 G N^{12} + N N \cdot G N^{12} - G N - 12] X N^2 N + 1$$

### 3. Deret Hipergeometrik

Pada (40), kita memiliki kuantitas

$$(48) \quad (14) N, (12) N, \text{ Dan } (34) N.$$

Kita akan mendapatkan ekspresi alternatif untuk ini dalam bentuk ekspresi yang lebih familiar. Dalam studi deret hipergeometrik, ekspresi seperti ini dikatakan didefinisikan oleh Q-Symbol Pochhammer.

#### Definisi 15 (Q-Symbol Pochhammer).

Mendefinisikan

$$(49) \quad (Q) N = \begin{cases} 1 & \text{jika } N = 0; \\ Q(Q+1) \dots (Q+N-1) & \text{jika } N > 0. \end{cases}$$

#### Lemma 16.

$$(50) \quad (14) N (12) N (34) N = 1256 N \cdot (4 N)! N!.$$

Bukti. Kita punya

$$(51) \quad (14) N = (14) (54) (94) \dots (4 N - 34) = 1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4 N - 3) 4 N$$

Dan

$$(52) \quad (12) N = (12) (32) (52) \dots (2 N - 12) = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2 N - 1) 2 N$$

maupun

$$(53) \quad (34) N = (34) (74) (114) \dots (4 N - 14) = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (4 N - 1) 4 N.$$

Menyatukan semuanya,

$$(54) \quad (14) N (12) N = 1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4 N - 3) 4 N \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2 N - 1) 2 N \cdot 3 \cdot 7$$



$$\begin{aligned}
(55) \quad N(34)N &= 11 \cdot \dots \cdot (4N-1)4N \\
(56) &= 132N [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (4N-3)(4N-1)] [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2N-1)] \\
(57) &= 132N \cdot (4N)!4N(2N)! \cdot (2N)!2NN! \\
&= 1256N \cdot (4N)!N!
\end{aligned}$$

#### 4. Perhitungan Ramanujan G-invariant

Bagian tersulit dari menyimpulkan (1) adalah menghitung nilai pasti dari  $G_{58}$ . Setelah kita menyimpulkannya, kita dapat memasukkannya ke dalam (47). Pertama, ingat kembali fungsi kosekan hiperbolik, yang dilambangkan dengan  $\operatorname{csch} z$ .

##### Definisi 17.

Fungsi kosekan hiperbolik didefinisikan sebagai

$$(58) \quad \operatorname{csch} z = 1/\sinh z = 2e^z - e^{-z} = 2 \sum_{N=1}^{\infty} e^{-(2N-1)z}.$$

Perluasan seri (dikenal sebagai  $Q$ -seri) dalam Definisi 17 berlaku untuk  $\operatorname{Re}(z) > 0$  dan diperoleh dari Situs Fungsi Matematika — Wolfram dan ini sangat penting.

##### Lemma 18 (Wong [7]).

Membiarkan  $R \in \mathbb{Q}^+$  Dan  $Aku = \mathbb{Z}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  menunjukkan kisi bilangan bulat 2 dimensi tanpa titik asal. Kemudian,

$$(59) \quad \sum_{(M, N) \in Aku} (-1)^M M^2 + R N^2 = -\pi R \operatorname{catatan} (2GR4).$$

Bukti. Ingat rumus Ramanujan untuk  $G_N$  dalam (19). Mengambil logaritma di kedua sisi dan mengalikannya dengan 4 menghasilkan

$$(60) \quad 4 \sum_{k=1, 3, 5, \dots} \operatorname{catatan} (1 - e^{-k\pi N}) = \operatorname{catatan}^2 - \pi N^6 + 4 \operatorname{catatan} (GN) = -\pi N^6 + \operatorname{catatan} (2GN4).$$

Sebagai  $e^{-k\pi N} \in (0, 1)$ , kita dapat menulis ulang suku logaritma dalam (60) sebagai

$$(61) \quad \operatorname{catatan} (1 - e^{-k\pi N}) = - \sum_{M=1}^{\infty} \frac{1}{M} e^{-kM\pi N}$$

Mengganti urutan penjumlahan dalam (60) setelah mengganti suku logaritma dengan penjumlahan menghasilkan

$$(62) \quad -4 \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{M} e^{-(2k-1)M\pi N} = -2 \sum_{M=1}^{\infty} \operatorname{csch} (M\pi N) M.$$

Sama seperti yang kita lakukan untuk (58), diketahui di Situs Fungsi Matematika — Wolfram bahwa  $\pi \operatorname{csch} (\pi z)$  dapat dinyatakan sebagai deret tak hingga berikut ini:

$$(63) \quad \pi \operatorname{csch} (\pi z) = 1/z + \sum_{k=1}^{\infty} 2z(-1)^k z^{2+k^2}$$

Membiarkan  $z = M/N$  dalam (63) dan menerapkannya pada (62) maka memberikan

$$(64) \quad -2 \sum_{M=1}^{\infty} \operatorname{csch} (M\pi N) = -2\pi \sum_{M=1}^{\infty} (1/M^2 N + \sum_{k=1}^{\infty} 2N(-1)^k k^2 + N M^2)$$

$$(65) \quad = -\pi^3 N - 2\pi \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} 2N(-1)^k k^2 + N M^2$$

Oleh karena itu persamaan yang harus diselesaikan adalah

$$(66) \quad -\pi^3 N - 2\pi \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} 2N(-1)^k k^2 + N M^2 = -\pi N^6 + \operatorname{catatan} ($$

$$2 \cdot G(N, 4) \cdot$$

Kita lanjutkan dengan mengisolasi suku logaritma di (66) yang mana kita peroleh

$$(67) \quad \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k k^2 + N \cdot M^2 + \pi^2 \cdot 3 \cdot N - \pi^2 \cdot 6 = -\pi \cdot N \quad \text{catatan [20] (2 G N 4)}$$

Ada beberapa hal yang perlu diperhatikan di sini, yaitu kita memiliki jumlah berikut

$$(68) \quad \sum_{M \neq 0} \frac{1}{M^2} = \pi^2 \cdot 3 \cdot N$$

$$(69) \quad \sum_{k \neq 0} (-1)^k k^2 = -\pi^2 \cdot 6$$

dan juga

$$(70) \quad \sum_{M=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k k^2 + N \cdot M^2 = \sum_{G \in \{(k, M) : k \neq 0 \text{ Dan } M \neq 0\}} (-1)^k k^2 + N \cdot M^2 \text{ Di mana } G$$

Persamaan (60) dengan demikian menjadi

$$(71) \quad \sum_{(M, N) \in \text{Aku}} (-1)^k k^2 + N \cdot M^2 + \sum_{M \neq 0} \frac{1}{M^2} + \sum_{k \neq 0} (-1)^k k^2 = -\pi \cdot N \quad \text{catatan [20] (2 G N 4)}$$

LHS adalah penjumlahan tepat dari Aku, maka lemma tersebut terbukti.  $\square$

Dari (59), pengaturan  $R = 58$ , persamaan bunganya adalah

$$(72) \quad \sum_{(M, N) \in \text{Aku}} (-1)^M + 1 \cdot M^2 + 58 \cdot N^2 = \pi \cdot 58 \quad \text{catatan [20] (2 G 58 4)}.$$

J. Borwein, dkk. menjelaskan cara menguraikan jumlah zeta ganda ini dalam bentuk L-seri [4].

### Definisi 19 (Dirichlet L-seri).

Membiarkan  $(D, N)$  menunjukkan simbol Kronecker. Kemudian, definisikan

$$(73) \quad L(D, S) = \sum_{N=1}^{\infty} (D, N)^{-1} N^S.$$

Definisi 19 merupakan generalisasi dari fungsi zeta Riemann. Secara khusus, pengaturan  $(D, N) = 1$  hasil  $\zeta(S)$  Sebenarnya, jumlah berikut dalam (74) sebagian besar dikaitkan dengan Zucker dan Robertson [5] (mereka juga menyediakan cara untuk memvisualisasikan jumlah kisi):

$$(74) \quad \sum_{(M, N) \in \text{Aku}} (-1)^M + 1 \cdot (M^2 + 2 \cdot P \cdot N^2) S = \pi^2 \cdot P \quad \text{catatan [20] } 2 + 2 \cdot 1 - T \sum_{\mu | P(1 - (2 \cdot \mu)^2 \cdot 1 - S)} L \pm \mu \cdot L \mp 8 \cdot P / \mu,$$

Di mana  $L \cdot \mu$  diambil sedemikian rupa sehingga  $\mu \equiv \pm 1 \pmod{4}$  Juga,  $P$  adalah bilangan bebas kuadrat yang kongruen dengan 1 mod 4 dengan  $T$  faktor prima. Dengan mendefinisikan  $S_1 = S_1(A, B, C; S)$  menjadi seri [5]

$$(75) \quad S_1(A, B, C; S) = \sum_{(M, N) \in \text{Aku}} (-1)^M (A \cdot M^2 + B \cdot M \cdot N + C \cdot N^2) S,$$

masih harus dievaluasi  $S_1(1, 0, 58; 1)$  Oleh karena itu, kami memilih  $P = 29$  sehingga (74) menjadi

$$(76) \quad \sum_{(M, N) \in \text{Aku}} (-1)^M + 1 \cdot M^2 + 58 \cdot N^2 = \pi \cdot 58 \quad \text{catatan [20] } 2 + 4 \cdot L - 8 \cdot (1) \cdot L^{29} (1).$$

Oleh karena itu,

$$(77) \quad \pi \cdot 58 \quad \text{catatan [20] (G 58 4)} = 4 \cdot L - 8 \cdot (1) \cdot L^{29} (1)$$

Edwards6menyediakan metode untuk menghitung nilai yang disebutkan L-seri di (76). Secara khusus, kita perlu menghitung beberapa karakter Dirichlet.

**Definisi 20 (karakter Dirichlet) .**

Fungsi aritmatika bernilai kompleks

(78)  $\chi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$  adalah karakter Dirichlet dengan modulus  $M$  Di mana  $M \in \mathbb{Z} +$

jika untuk semua  $A, B \in \mathbb{Z}$ , pernyataan berikut:

1. (A)

$\chi(A, B) = \chi(A) \chi(B)$ , yaitu  $\chi$  sepenuhnya perkalian

2. (B)

(79)  $\chi(A) = \begin{cases} 0 & \text{jika } \text{fpb}(A, M) > 1 \\ \neq 0 & \text{jika } \text{fpb}(A, M) = 1 \end{cases}$ .

3. (C)

$\chi(A + M) = \chi(A)$ , yaitu  $\chi$  bersifat periodik dengan periode  $M$

Karakter paling sederhana yang mungkin, disebut karakter utama, dilambangkan dengan  $\chi_0$ , ada untuk semua modulus, dan didefinisikan sebagai berikut:

(80)  $\chi_0(A) = \begin{cases} 0 & \text{jika } \text{fpb}(A, M) > 1 \\ 1 & \text{jika } \text{fpb}(A, M) = 1 \end{cases}$ .

Sekarang kita berada pada posisi untuk menghitung nilai seri  $L(D, \chi)$ . Perlu dicatat bahwa kita akan membahas nilai positif dan negatif dari  $D$  karena kita sudah punya  $D = -8$  Dan  $D = 29$  seperti yang ditunjukkan pada (77). Berikut ini disebabkan oleh Edwards [6]:

**Teorema 21.**

Membiarkan  $M = \text{Bahasa Indonesia: } 4 \mid D$  Bahasa Indonesia: | jika  $D$  tidak kongruen dengan  $1 \pmod{4}$  dan  $M = \text{Bahasa Indonesia: } D$  Bahasa Indonesia: | jika  $D \equiv 1 \pmod{4}$ .

Jika  $D < 0$ , Kemudian

(81)  $L(D, \chi) = \pi M^{3/2} \text{ Bahasa Indonesia: } | 1 + \sum_{k=2}^M k \chi(k) \text{ Bahasa Indonesia: } |$ .

Di sisi lain, jika  $D > 0$ , Kemudian

(82)  $L(D, \chi) = \pm 1 M \text{ catatan [6] Bahasa Indonesia: } | \prod_{k=1}^M \sin\left(\frac{k\pi}{M}\right) \prod_{k=1}^M \sin\left(\frac{k\pi}{M}\right) \text{ Bahasa Indonesia: } |$ ,

di mana pada pembilangnya,  $k$  berkisar pada semua bilangan bulat antara 0 dan  $M$  seperti yang  $\chi(k) = 1$  dan pada penyebutnya,  $k$  berkisar pada semua bilangan bulat antara 0 dan  $M$  seperti yang  $\chi(k) = -1$  Namun, (82) umumnya sulit untuk dievaluasi dan akan lebih mudah menggunakan rumus nomor kelas Dirichlet [6].

**Teorema 22 (Rumus nomor kelas Dirichlet).**

Membiarkan  $E$  menjadi unit dasar dengan norma 1. Yaitu,  $E = \varepsilon$  jika  $N(\varepsilon) = 1$  Dan  $E = \varepsilon^2$  jika  $N(\varepsilon) = -1$ . Kemudian, kita memiliki rumus nomor kelas berikut untuk  $D \equiv 1 \pmod{4}$ :

(83)  $H \text{ catatan [6] } E D = L(D, \chi)$

Di sini,  $H$  menunjukkan nomor kelas bidang kuadrat nyata  $\mathbb{Q}(\sqrt{D})$ .

Sekarang kita buktikan hasil utamanya, yaitu (77).

**Teorema 23.**

Persamaan berikut berlaku, dimana  $L D (1)$  adalah sebuah Dirichlet L-seri (disebutkan dalam Definisi 19):

$$(84) \pi^{58} \text{ catatan } (G 58 4) = 4 L^{-8}(1) L^{29}(1)$$

Bukti. Kita dapat membuat tabel karakter Dirichlet untuk  $M = 32$  untuk menyimpulkan bahwa hal berikut, (84), berlaku. Akibatnya, kita memperoleh nilai untuk  $L^{-8}(1)$ .

$$(85) L^{-8}(1) = \pi^{32/2} \text{ Bahasa Indonesia: } |1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - 13 - 15 + 17 + 19 - 21 - 23 + 25 + 27 - 29 - 31 \text{ Bahasa Indonesia: } |$$

$$(86) = \pi^4 2$$

Selain itu, dapat ditunjukkan bahwa

$$(87) L^{29}(1) = -1^{29} \text{ catatan } [(25 + 29)^2].$$

Seperti yang disebutkan dalam Teorema 21, mengevaluasi hasil bagi dalam (82) umumnya sangat sulit. Oleh karena itu, kita beralih ke rumus nomor kelas Dirichlet (Teorema 22). Diketahui bahwa nomor kelas bidang kuadrat nyata  $\mathbb{Q}(29)$  adalah 1, jadi  $H = 1$ .

Kemudian kita pertimbangkan unit fundamentalnya. Misalkan kita memiliki medan kuadrat riil  $K = \mathbb{Q}(29)$ . Membiarkan  $\Delta$  menunjukkan diskriminan dari  $K$ , dan karena  $29 \equiv 1 \pmod{4}$ , Kemudian  $\Delta = 29$  Unit dasar didefinisikan sebagai

$$(88) A + B \Delta^{1/2} \text{ Di mana } (A, B) \text{ adalah solusi terkecil untuk } X^2 - \Delta Y^2 = 1.$$

Di Sini,  $A, B \in \mathbb{Z}$ . Ini persis persamaan Pell karena 29 bukan kuadrat! Dalam [3], saudara Borwein menyebutkan bahwa  $G$ -invarian  $G 58$  terhubung dengan solusi fundamental persamaan Pell, tetapi hubungan ini tidak ditetapkan secara eksplisit. Dengan menggunakan alat-alat dalam Teori Bilangan Aljabar, kami telah melakukannya. Kita kemudian dapat menggunakan metode Bhāskara untuk menyimpulkan bahwa persamaan yang diinginkan  $(A, B)$  adalah (9801, tahun 1820). Seseorang memeriksa bahwa

$$(89) 9801^2 - 29 \cdot \text{tahun } 1820^2 = 1.$$

Ingat bahwa (1) juga mengandung 9801 di penyebutnya! Dengan demikian, kita memiliki

$$(90) \text{ catatan } (9801 + \text{tahun } 1820 \sqrt{29})^3 \sqrt{29} = L^{29}(1) = -1^{29} \text{ catatan } [(25 + 29)^2]$$

Mengambil produk dari  $L^{-8}(1)$  Dan  $L^{29}(1)$  menghasilkan nilai yang diinginkan  $G$ -invarian

$$(91) G 58 = 5 + 29^2.$$

Selain itu, hal ini menghasilkan hubungan baik berikut seperti yang ditunjukkan oleh [3] Dan [7]:

$$(92) G 58^2 = \text{kamu } 29 = 5 + 29^2$$

□

Faktanya, hasil bagi rumit dari produk trigonometri dalam (82) dapat ditulis sebagai

$$(93) \begin{aligned} & (\sin(2\pi/29))^2 (\sin(3\pi/29))^2 (\sin(8\pi/29))^2 (\sin(10\pi/29))^2 \\ & (\sin(11\pi/29))^2 (\sin(12\pi/29))^2 (\sin(14\pi/29))^2 (\sin(\pi/29))^2 \\ & (\sin(4\pi/29))^2 (\sin(5\pi/29))^2 (\sin(6\pi/29))^2 (\sin(7\pi/29))^2 \\ & (\sin(9\pi/29))^2 (\sin(13\pi/29))^2 \end{aligned}$$

yang menggunakan Wolfram Mathematica, disederhanakan menjadi

$$(94) \quad \sin^2 \left( \frac{4\pi}{58} \right) \sin^2 \left( \frac{6\pi}{58} \right) \sin^2 \left( \frac{10\pi}{58} \right) \sin^2 \left( \frac{\pi}{58} \right) \sin^2 \left( \frac{5\pi}{58} \right) \sin^2 \left( \frac{7\pi}{58} \right) \sin^2 \left( \frac{8\pi}{58} \right) \sin^2 \left( \frac{9\pi}{58} \right) \sin^2 \left( \frac{12\pi}{58} \right) \sin^2 \left( \frac{13\pi}{58} \right)$$

Namun, ekspresi ini sulit untuk disederhanakan lebih lanjut. Bagaimanapun, kita kembali ke tugas utama — kita akan menerapkan Lemma 16 dan Teorema 23 ke (47), yang menghasilkan

$$(95) \quad \frac{1}{\pi} = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{256^N} \cdot \frac{(4N)!}{(N!)^2} \left[ \text{sebuah } (58) \times 58 \left( 1 + \frac{k}{58^2} \right) - 58^4 \right. \\ \left. G_{58,12} + N \cdot G_{58,2} - G_{58,12^2} \right] \times 58^{2N+1}.$$

Dengan Teorema 23,

$$(96) \quad G_{58,12} - G_{58,12^2} = 9801.$$

Menggunakan (46) dan menulis  $k' = 1 - k^2$ , kami juga menyimpulkan bahwa

$$(97) \quad k_{58} = (2 - 1)^6 (13 \cdot 58 - 99) \text{ Dan } X_{58} = 19801.$$

Selain 10, saudara Borwein memberikan formula yang berguna untuk sebuah  $(58)$  dalam hal modulus elips  $k$  (atau lebih tepatnya, dalam hal fungsi nilai singular jenis pertama  $\lambda^*$  dan  $G$ -invarian [1]). Oleh karena itu, kita memiliki

$$(98) \quad \text{sebuah } (58) = 3 \cdot G_{58,6} \cdot k_{58} (33 \cdot 29 - 148).$$

Kita terus menggabungkan semuanya ke dalam (95) untuk mendapatkan rumus yang luar biasa (1)! Untuk menegaskan kembali,

$$(99) \quad \frac{1}{\pi} = \frac{2}{29801} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{26390^N} \cdot \frac{(N!)^4 \cdot (4N)!}{396^4 N}.$$

Deret ini konvergen dengan sangat cepat, dengan setiap suku menambahkan 8 digit desimal akurasi [7].

## 5. Kesimpulan

Thang ingin mengucapkan terima kasih kepada rekan penulisnya, Wangsa, atas bantuannya yang tak ternilai dalam beberapa aspek pembuktian. Wangsa pertama kali menemukan rumus Ramanujan yang luar biasa pada tahun 2013, ketika ia baru berusia sepuluh tahun. Saat itu, ia sudah menguasai notasi sigma dan beberapa deret terkenal untuk  $\pi$ , yang merupakan masalah Basel (atau Euler 2-seri)

$$(100) \quad \zeta(2) = \sum_{N=1}^{\infty} \frac{1}{N^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

dan rumus Leibniz

$$(101) \quad \sum_{N=0}^{\infty} \frac{(-1)^N}{2^{N+1}} = \frac{\pi}{4}.$$

## TENTANG Pi ( $\pi$ ) DAN Phi ( $\Phi$ )

Ringkasan AI mengungkapkan bahwa Pi ( $\pi$ ) dan Phi ( $\Phi$ )

bukanlah tak terhingga (infinity), tetapi keduanya adalah bilangan irasional yang memiliki representasi desimal tak terhingga (tidak berakhir dan tidak berulang), menjadikannya terkait erat dengan konsep tak terhingga dalam matematika, di mana  $\pi \approx 3,14159...$  dan  $\Phi \approx 1,61803...$ . Keduanya memiliki nilai tetap yang terhingga namun digit desimalnya terus berlanjut tanpa henti.

Hubungan Pi ( $\pi$ ) dan Infinity (Tak Terhingga)

- Pi ( $\pi$ ) adalah rasio keliling lingkaran dengan diameternya, memiliki nilai sekitar 3,14159.

- Karena merupakan bilangan irasional, digit desimalnya tidak pernah berakhir dan tidak membentuk pola berulang, membuatnya sering disebut "tak terhingga" dalam konteks representasi desimalnya, meskipun nilainya sendiri tidak sama dengan tak terhingga ( $\infty$ ). Hubungan Phi ( $\Phi$ ) dan Infinity (Tak Terhingga)
- Phi ( $\Phi$ ) (Rasio Emas) adalah bilangan irasional lain (sekitar 1,61803...) yang juga memiliki desimal tak terbatas tanpa pengulangan.
- Sama seperti Pi, Phi bukanlah tak terhingga, tetapi representasi desimalnya yang tak terbatas memberikan koneksi konseptual dengan konsep "tak berujung" atau "tak terhingga".

Intinya:

- Pi dan Phi adalah bilangan yang nilainya terhingga, namun karena sifat irasionalnya, mereka memiliki digit desimal yang jumlahnya tak terhingga.
- Tak terhingga ( $\infty$ ) adalah konsep tentang sesuatu yang tidak memiliki batas, sedangkan Pi dan Phi adalah bilangan riil tertentu dengan nilai tetap.

## **BILANGAN NIRBATAS DALAM DUNIA KEUANGAN DAN AKUNTANSI**

Ilmu ekonomi beraksioma bahwa sumber-daya ekonomi atau aset selalu terbatas atau langka. Tidak ditemukan penggunaan langsung dari konsep "bilangan tak terbatas" atau dalam dunia akuntansi. Akuntansi adalah disiplin ilmu yang berurusan dengan pencatatan, pengukuran, dan pelaporan transaksi keuangan yang bersifat terukur dan terbatas pada suatu entitas bisnis.

Bilangan tak terbatas adalah konsep matematis yang mewakili kuantitas tanpa batas atau akhir. Sebaliknya, akuntansi menggunakan angka-angka terukur yang merepresentasikan nilai moneter yang pasti dan dapat dihitung.

Namun, terdapat beberapa konsep dalam akuntansi dan keuangan yang memiliki kaitan atau interpretasi yang menyentuh gagasan tentang sesuatu yang berlanjut tanpa batas, meskipun tidak secara harfiah menggunakan simbol/notasi  $\infty$  untuk infinity.

Berikut adalah beberapa interpretasi yang paling dekat dengan gagasan 'tanpa batas':

- Kelangsungan usaha (Going Concern): Asumsi dasar ini menyatakan bahwa suatu entitas bisnis akan terus beroperasi untuk jangka waktu yang tidak terbatas di masa depan. Akuntan tidak berasumsi bahwa bisnis akan dilikuidasi atau berhenti beroperasi, sehingga mereka dapat mencatat aset berdasarkan biaya historis atau nilai wajar, bukan nilai likuidasinya.
- Anuitas abadi (Perpetuity): Dalam keuangan, anuitas abadi adalah aliran pembayaran tunai yang berlangsung selamanya. Untuk menghitung nilai sekarang dari anuitas abadi, digunakan rumus yang menyiratkan bahwa aliran kas tidak akan pernah berakhir, salah satu konsep yang paling mendekati penggunaan gagasan infinity dalam dunia keuangan.
- Penyusutan (Depreciation): Dalam beberapa kasus yang jarang terjadi, seperti untuk tanah, aset dianggap dunia akuntansi memiliki masa manfaat yang tidak terbatas dan

karenanya tidak di susutkan, adalah pengecualian dari praktik lazim untuk penyusutan aset berwujud.

Sejarah mencatat bahwa LK beraset terbesar dunia adalah sbb.; Menurut sumber AI, neraca pemerintahan AS tahun 2021 mencatat aset USD 126.34 Triliun , neraca RRC tahun 2021 sebesar USD 74.88 Triliun. Bank Sentral beraset terbesar adalah Bank Sentral RRC, sebesar USD 3.5 Triliun per Oktober 2025, The Federal Reserve (United States) ber total-assets USD 7.868 trillion per Oktober 2025. Industrial and Commercial Bank of China (ICBC) ber neraca sebesar \$6.2 trillion pada tahun 2024, JPMorgan Chase (United States), bank terbesarAS, beraset \$4.552 trillion pada tahun 2025, BlackRock (United States) sebuah entitas Manajemen-Aset dengan aset sebesar \$10.4 triliun .World's Safest Banks 2024 beraset \$92.8 triliun.

Adakah infinitas dalam LK ? Tentang aset atau kekayaan , J. Paul Getty adalah seorang industrialis minyak yang terkenal pada masanya dan pernah dinobatkan sebagai salah satu orang terkaya di dunia karena kekayaannya tidak dapat dihitung lagi secara pasti (karena bertambah tiap detik), mengungkapkan: "Jika Anda masih dapat menghitung kekayaan Anda, maka Anda bukanlah orang yang sangat kaya".



#### **PADA SUATU BANDARA**

Sebuah mural Srinivasa Ramanujan dapat kita temukan di Bandara Internasional Kempegowda Bengaluru, India. Pada Maret 2018, sebuah potret besar Ramanujan dibuat di bandara tersebut sebagai bagian dari upaya memecahkan Rekor Dunia Guinness. Mural itu dibuat seluruhnya dari dadu oleh para mahasiswa dari Shristi untuk menghormati kontribusi Ramanujan di bidang matematika.

#### **PERKEMBANGAN TERAKHIR**

Ringkasan AI nmenyatakan bahwa perkembangan teori infinity (ketakterhinggaan) pada tahun 2025 lebih berfokus pada perdebatan filosofis yang sedang berlangsung dan pembaruan publikasi akademik daripada penemuan matematis baru yang revolusioner. Konsep fundamental dari teori ini sendiri telah dikembangkan secara signifikan pada abad sebelumnya, terutama melalui karya Georg Cantor.

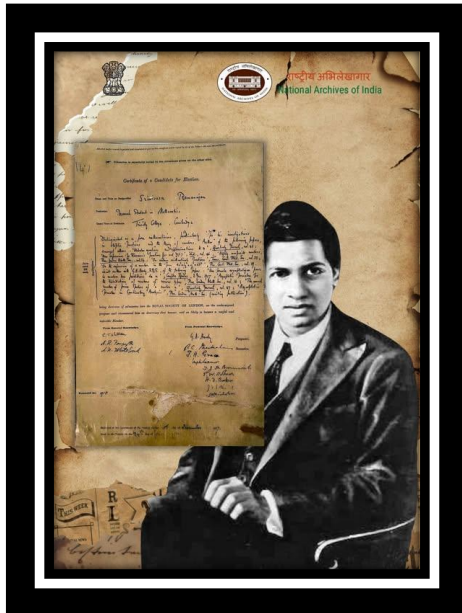
Konsep ketakterhinggaan telah dieksplorasi selama berabad-abad, dari pemikir Yunani kuno seperti Anaximander dan Zeno dengan paradoks mereka, hingga matematikawan modern.

- John Wallis memperkenalkan simbol  $\infty$  pada tahun 1655 untuk merepresentasikan angka yang sangat kecil mendekati nol dalam konteks kalkulus.

- Georg Cantor pada abad ke-19 merevolusi pemahaman tentang ketakterhinggaan dengan memperkenalkan teori himpunan modern. Ia mendefinisikan berbagai "ukuran" ketakterhinggaan (bilangan kardinal transfinite) dan menunjukkan bahwa beberapa himpunan tak terhingga lebih besar dari yang lain, seperti himpunan bilangan riil yang lebih besar dari himpunan bilangan asli.

Hingga akhir tahun 2025, tidak ada penemuan matematis baru yang mendefinisikan kembali teori infinity secara drastis.

- Pembaruan Ensiklopedia Filsafat Stanford: Edisi Musim Panas 2025 dari *Stanford Encyclopedia of Philosophy* mencakup entri terbaru tentang "Infinity" dan "Philosophy and the Infinite", yang menunjukkan adanya diskusi dan analisis filosofis yang berkelanjutan mengenai sifat dan implikasi konsep ini.
  - Istilah "infinity" juga digunakan dalam konteks non-matematis, seperti acara teknologi "OJK-Ekraf Infinity Hackathon 2025" di Indonesia, yang berfokus pada inovasi digital, *blockchain*, dan Web3, menunjukkan relevansi istilah tersebut dalam budaya populer dan teknologi modern.
  - Berbagai penelitian dan makalah akademik terus mengeksplorasi berbagai aspek



ketakterhinggaan dalam matematika dan fisika, seperti dalam analisis riil, kosmologi, dan teori himpunan, sering kali membahas interpretasi yang berbeda dari konsep tersebut.

Secara keseluruhan, perkembangan teori infinity di tahun 2025 lebih mengarah pada konsolidasi pengetahuan dan perdebatan filosofis mendalam ketimbang penemuan matematis fundamental yang baru.

## EPILOG

Indonesia telah menghasilkan berbagai penemuan penting dan inovasi yang diakui dunia, baik dalam bidang sains, teknologi, maupun warisan budaya.

Perlu dicatat bahwa kina, obat untuk malaria, diekstrak dari kulit pohon kina yang merupakan tanaman asli Peru, bukan penemuan asli Indonesia, meskipun pohonnya banyak dibudidayakan di Indonesia pada masa kolonial.

Berikut adalah beberapa penemuan dan inovasi asli Indonesia yang mendunia:

Sains dan Teknologi Falsafah Pancasila dan Bhineka Tunggal Ika merupakan konsep ilmu sosial cq tatanegara bertaraf





intelengensi-spiritual nan-baik ( merayakan ke-aneka-ragaman) , pemersatu nan-berdaya-rangkul (inklusivitas) beratus-ratus budaya suku-bangsa dan beratus bahasa-bunda seluruh NKRI, ternyata selaras konsep HAM versi PBB yang lahir kemudian dan selaras pula berbagai konstitusi negara lain seperti pameo “Dalam Tuhan Kami Percaya” yang dicetak di atas mata-uang bangsa itu.

- Teori *Crack Progression* (Teori Perambatan Retak) oleh B.J. Habibie: Teori ini memungkinkan penghitungan titik retak pada badan pesawat terbang, membuatnya lebih aman dan efisien. Teori ini digunakan dalam desain pesawat di seluruh dunia.
- Pondasi Cakar Ayam oleh Prof. Dr. Ir. R. M. Sedyatmo: Sistem pondasi ini digunakan untuk membangun konstruksi di atas tanah lunak atau rawa-rawa, seperti landasan-pacu bandara dan jalan tol, dan telah diaplikasikan di berbagai negara.
- Penemuan Jumlah Kromosom Manusia oleh Dr. Joe Hin Tjio: Ia adalah ilmuwan yang pertama kali menemukan dan mempublikasikan bahwa jumlah kromosom dalam sel tubuh manusia adalah 46 (23 pasang), sebuah landasan penting dalam genetika modern.
- Teknologi 4G Berbasis *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM) oleh Prof. Dr. Khoirul Anwar: Penemuannya memungkinkan transmisi data nirkabel berkecepatan tinggi, yang menjadi dasar standar teknologi 4G global.
- *Wolbachia Method* untuk Pemberantasan Demam Berdarah oleh Prof. Adi Utarini dan timnya: Metode inovatif ini melibatkan penggunaan bakteri *Wolbachia* pada nyamuk *Aedes aegypti* untuk memblokir penularan virus demam berdarah, yang mendapat pengakuan global.
- Alat Terapi Kanker *Electro-Capacitive Cancer Therapy (ECCT)* oleh Warsito P. Taruno: Alat ini memanfaatkan medan listrik statis untuk membantu pengobatan kanker.

Warisan Budaya dan Penemuan Arkeologi, antara lain

- Batik: Seni pewarnaan kain tradisional Indonesia ini telah diakui oleh UNESCO sebagai Warisan Kemanusiaan untuk Budaya Lisan dan Nonbendawi.
- Lukisan Dinding Tertua di Dunia: Penemuan arkeologi di gua-gua di Sulawesi mengungkap lukisan gua berusia sekitar 44.000 tahun, menjadikannya salah satu karya seni figuratif tertua yang diketahui manusia.
- Peralatan Batu Primitif: Penemuan alat-alat batu berusia lebih dari 1 juta tahun di Pulau Sulawesi memberikan petunjuk penting dalam memahami evolusi manusia purba di wilayah tersebut.
- Berbagai teknik fermentasi dan beratus-ratus resep masakan khas-Nusantara sebagian berumur ribu-tahun.

*Dengan ingatan tulus kepada NKRI*

*Jakarta 10 Desember 2025*